

粘塑性损伤统一本构模型中材料常数 的一种确定方法

李海燕, 聂景旭

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘要: 对粘塑性损伤统一本构模型及其参数确定方法做了简单回顾, 提出了一种简单有效的粘塑性参数确定方法, 并以定向凝固合金 DZ4 为例, 采用遗传算法进行了优化。同时给出了 DZ4 蠕变损伤参数和疲劳损伤参数的优化结果。通过循环应力应变计算和蠕变计算, 证明所提出的方法是可行的。

关键词: 航空、航天推进系统; 粘塑性; 本构模型; 蠕变; 疲劳; 参数优化

中图分类号: V231.9

文献标识码: A

A Method to Evaluate the Material Parameters of Viscoplastic Damage Uniform Constitutive Equations

LI Hai-yan, NIE Jing-xu

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The viscoplastic damage uniform constitutive model and the constant evaluation method are reviewed, and a new simple method is presented to determine the material parameters of viscoplastic damage uniform constitutive equations. Then the genetic algorithm is used to optimize the parameters of the directionally solidified alloy DZ4. This method is proved to be reliable by the calculated saturation loops and creep curves.

Key words: aerospace propulsion system; viscoplastic; constitutive model; creep; fatigue; parameter optimization

1 粘塑性损伤统一本构方程^[1~3]

粘塑性统一本构模型是近年来发展起来的一种本构模型, 用以描述高温材料在高温下的非线性力学性能。与传统的非线性理论不同, 它把所有非弹性性能(包括蠕变、松弛、循环软/硬化等)用一个统一的非弹性应变来表示, 认为所有这些非弹性应变均由相同的内部变量所确定。粘塑性统一本构模型充分考虑了弹塑性和蠕变的交互作用, 它不仅能够考虑运动硬化现象和各向同性硬

化现象, 还能够考虑循环硬化或软化现象。

多数粘塑性统一本构模型包含两个内部变量: 张量形式的平衡应力(或背应力) Ω 和标量形式的阻力应力 K 。 Ω 用来描述材料的方向硬化效应, K 用来描述材料的循环硬化等与方向无关的硬化效应。其非线性应变 ϵ^m 的演化可以通过上述两个内部变量以及外部应力 σ 来确定。对于某一恒定温度下的单向拉压一维情况, 其基本方程为:

$$\dot{\epsilon}^m = f(\sigma - \Omega, K) \operatorname{sign}(\sigma - \Omega) \quad (1)$$

收稿日期: 2002-07-10; 修订日期: 2002-12-12

作者简介: 李海燕(1975-), 女, 河北灵寿人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院博士生, 主要从事高温材料的非线性本构关系及其高温蠕变/疲劳性能研究。

其中: $\text{sign}(x) = \frac{x}{|x|}$

内部变量 Ω 和 K 分别由以下的演化方程决定:

$$\dot{\Omega} = [H(\Omega) - D(\Omega)] \dot{\epsilon} - R(\Omega) \text{sign}(\Omega) \quad (2)$$

$$\dot{K} = [h(K) - d(K)] \dot{\eta} \quad (3)$$

其中: $\eta = \int |\dot{\epsilon}^{\text{in}}| dt$ 为累积非弹性应变或 $\eta = \int \sigma \dot{\epsilon}^{\text{in}} dt$ 为塑性功, H 和 h 表示了硬化项, D 和 d 表示了动态恢复项, R 表示了静态恢复项。不同的模型有不同的 f 函数和 H, D, R, h, d 表达式, 所包含的参数也不同。

随着损伤力学的发展, 人们在粘塑性统一本构模型的基础上提出了粘塑性损伤统一本构模型, 通过损伤变量来描述材料的恶化过程。采用 Lemaitre 蠕变损伤演化律和 Chaboche 疲劳损伤演化律, 在 Walker 粘塑性统一本构模型的基础上提出的粘塑性损伤统一本构模型为:

$$\dot{\epsilon}^{\text{in}} = \left(\frac{|\sigma - \Omega|}{K(1 - D)} \right)^n \text{sign}(\sigma - \Omega) \quad (4)$$

$$\dot{\Omega} = (n_1 + n_2) \dot{\epsilon}^{\text{in}} - (\Omega - \dot{\Omega} - n_1 \dot{\epsilon}^{\text{in}}) \cdot [n_3 |\dot{\epsilon}^{\text{in}}| + n_6 |\Omega|^{m-1}] \quad (5)$$

$$\dot{K} = K_1 - K_2 e^{-n_7 R} \quad (6)$$

$$R = \int |\dot{\epsilon}^{\text{in}}| dt \quad (7)$$

$$\dot{D} = \dot{D}_c + \dot{D}_f \quad (8)$$

$$\dot{D}_c = \frac{1}{(1 - D)^k} \left(\frac{\sigma}{A} \right)^r \quad (9)$$

$$\dot{D}_f = [1 - (1 - D)^{1+\beta}]^\alpha \cdot \left(\frac{\Delta\sigma}{M(1 - D)} \right)^\beta \quad (10)$$

其中: $\dot{\Omega}, n, m, n_1, n_2, n_3, n_6, n_7, K_1, K_2, A, r, k, M, \alpha, \beta$ 为与温度相关的待定材料参数, D 为损伤变量, D_c 和 D_f 分别为蠕变损伤和疲劳损伤。

可见粘塑性损伤统一本构模型包涵了大量的材料参数, 这些参数对于准确描述材料在特定温度下的力学性能是至关重要的。但是由于粘塑性损伤统一本构模型的复杂性和参数的数量众多, 使得确定这些参数成为一件非常艰巨的任务。

2 粘塑性损伤统一本构方程参数确定方法回顾

粘塑性损伤统一本构模型中的参数可分为粘

塑性参数和损伤参数, 它们均与温度相关, 为方便计算, 一般的做法是先不考虑温度效应, 确定出几种特定温度下的参数, 再利用插值的方法求出任意温度下的参数。

在某一特定温度下, 粘塑性材料参数的确定方法主要包括分步法和综合法。分步法主要是根据各参数的物理意义, 利用某些特定的试验结果先确定出对其比较敏感的几个参数, 然后再利用其他试验结果确定出所有参数。例如在文献[4]和文献[5]中, 引入了一个表示硬化率的变量 $\gamma = d\sigma/dW_p$, 其中 W_p 表示塑性功, 根据 γ 与 σ 的近似线性关系, 可以确定其中的某些参数, 然后按照其它的方法分别确定其它所有参数。但是如果所考虑的粘塑性模型(如 Walker 模型)的 γ 与 σ 不呈现近似的线性关系, 此方法就不能适用。分步法的主要问题是不能够完全考虑各种因素之间的相互作用, 而且需要重复多次才能最终把所有参数确定下来。

综合法是综合考虑各种试验数据(包括蠕变、拉伸、循环等), 对所有参数统一进行优化^[6]。在优化过程中, 需要针对不同情况对粘塑性方程进行适当的处理, 使之能够得到应力的解析解。根据应力解析解和试验结果的比较, 采用最小二乘法对所有的参数统一地进行优化。该方法理论上比较简单, 而且能够全面考虑到诸因素的影响, 但是在具体的优化过程中还存在许多问题, 例如从循环应力应变试验曲线中推导非弹性应变值存在困难、存在局部解问题等, 这些都是该方法的制约因素。

随着数值计算方法和计算机技术的发展, 目前又出现了一些新的参数优化方法, 例如神经网络方法^[7]。不论那一种参数确定方法, 均需要一定数量的试验结果为基础。一般需要的试验包括蠕变试验、应变控制的循环应力应变试验、应变控制单向拉伸试验。所以一般都需要专门设计试验方案。

对于损伤参数(包括蠕变损伤参数和疲劳损伤参数), 文献[8]中进行了比较详细的介绍, 并给出了具体的方法。不过在确定疲劳损伤参数时, 文中提供的方法需要进行损伤 D 的测量, 实现起来比较困难。另外, 蠕变损伤参数的确定方法在应用到某些合金时会产生较大的误差。

对于大多数材料, 目前均缺少上述参数确定所需的试验数据, 而专门的试验将需要大量的人力和财力。本文正是研究了如何从现有的、用传统

试验方法得到的试验曲线和数据来确定粘塑性损伤统一本构模型中的材料参数,为粘塑性损伤统一本构模型在实际工程中的广泛应用奠定了基础。

3 粘塑性参数确定方法

针对定向凝固高温合金材料 DZ4,在计算蠕变/疲劳损伤时我们选择了 Walker 粘塑性统一本构模型(见式 4~10)来描述其高温下的力学性能(注:这里只考虑纵向一维情况,故没有考虑各向异性)。

对于该高温合金,材料手册^[9]中能够提供的有多种温度和应力水平的蠕变曲线,循环应力应变曲线,单向拉伸曲线。因为拉伸曲线和循环应力应变曲线均没有给出确定的应变率,而且一般应变率相对较大,不好直接用来进行参数确定。所以这里提出了一种简单实用的 Walker 粘塑性参数确定方法,即首先利用蠕变曲线来初步进行参数确定,然后用其它两种试验结果进行验证和修正。

3.1 Walker 粘塑性统一本构方程的简化

根据以往的经验^[1],忽略温度相关项和静态恢复项,并且简化硬化项。式(11~13)给出了一维应力下的 Walker 简化模型。

$$\dot{\epsilon}^{\text{in}} = \left(\frac{\sigma - \Omega}{K} \right)^n \cdot \text{sign}(\sigma - \Omega) \quad (11)$$

$$\dot{\Omega} = n_2 \dot{\epsilon}^{\text{in}} - (\Omega - \dot{\Omega}) \cdot n_3 \cdot |\dot{\epsilon}^{\text{in}}| \quad (12)$$

$$K = K_1 \quad (13)$$

模型中的参数包括: $n, n_2, n_3, K_1, \dot{\Omega}$ 。

3.2 由蠕变曲线来确定粘塑性参数

对于蠕变曲线,进入第二阶段以后,蠕变应变率达到一个常数 $\dot{\epsilon}_{\text{min}}$,此时背应力 Ω 已经达到饱和值 Ω_{max} ,而此时的蠕变损伤可忽略不计。根据式(12),令 $\dot{\Omega} = 0$,可以得到 Ω_{max} :

$$\Omega_{\text{max}} = \frac{n_2}{n_3} = n_{23} \quad (14)$$

故式(11)变为:

$$\dot{\epsilon}_{\text{min}}^{\text{in}} = \left[\frac{\sigma - n_{23}}{K_1} \right]^n \quad (15)$$

在某一温度下,根据不同蠕变曲线得到一组对应的 σ 和 $\dot{\epsilon}_{\text{min}}^{\text{in}}$,采用适当的优化方法就可以确定式(15)中的参数 n, K_1, n_{23} 。

最后根据蠕变曲线的第一阶段形状来确定 n_2 和 n_3 。

3.3 遗传优化算法

对式(15)进行参数优化过程中,如果按照传统的优化方法求解,总会碰到局部解的问题,即给定的初始值对优化结果的影响太大,所以往往很难找到一个全局最优解。为此这里采用了遗传优化算法。遗传算法是依据自然界中“优胜劣汰,适者生存”的规律,模拟生物进化过程形成的一种算法。遗传算法中的个体分布有很强的遍历性,适合求解那些带有多参数、多变量、多极值、可行域连通性较差的优化问题。遗传算法最后得到的解可以是一个群体,而不仅仅是一个单个解,有助于我们了解其它非劣解的特性。另外遗传算法的迭代步骤比较简单,具有很强的普适性。

3.4 优化结果

按照上述方法对 DZ4 材料进行粘塑性参数确定,结果见表 1。

3.5 计算实例

根据上述粘塑性优化结果,进行了循环应力应变计算。

图 1,图 2 和图 3 分别示出了 760℃,850℃和 980℃温度下不同应变率情况下的应力应变曲线,应变幅值均为 $\pm 1.2\%$ 。曲线 1,2,3 分别代表了不同的应变率: $5.0 \times 10^{-4}/\text{s}$, $5.0 \times 10^{-5}/\text{s}$, $5.0 \times 10^{-7}/\text{s}$,曲线 4 代表了材料手册^[9]中给出的循环试验结果(非实际的拉压循环过程曲线,应变率不详),可见随着应变率的提高,计算曲线越来越接近于试验曲线。

表 1 Walker 模型粘塑性参数优化结果
Table 1 Optimizing results of Walker's model

温度 $T/(\text{℃})$	n	n_2/Pa	n_3	K_1/Pa	$\dot{\Omega}$
760	14.7	1.63×10^{10}	140	1.99×10^9	0
850	12.3	1.79×10^{10}	300	1.52×10^9	0
980	9.0	2.89×10^{10}	580	9.14×10^8	0

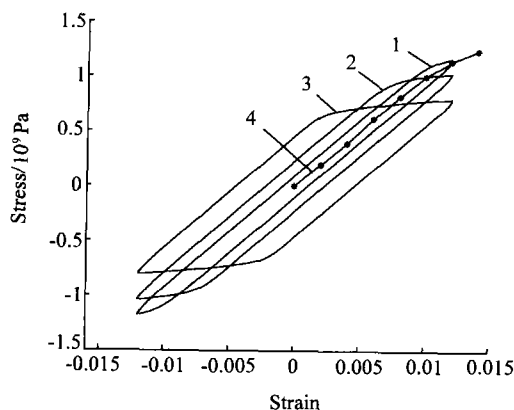


图 1 760℃下的应力应变曲线 (1~3 应变率分别为: $5.0 \times 10^{-4}/s$, $5.0 \times 10^{-5}/s$, $5.0 \times 10^{-7}/s$; 4 为试验结果)

Fig. 1 Stress-Strain curves when $T=760^\circ\text{C}$
(the strain rate of curve 1 to 3: $5.0 \times 10^{-4}/s$,
 $5.0 \times 10^{-5}/s$, $5.0 \times 10^{-7}/s$; curve 4 is the test result)

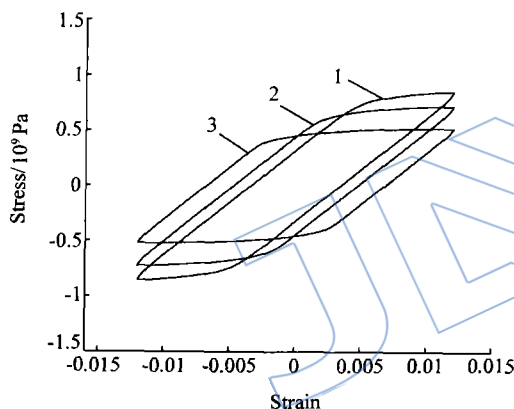


图 2 850℃下的应力应变曲线 (1~3 应变率分别为: $5.0 \times 10^{-4}/s$, $5.0 \times 10^{-5}/s$, $5.0 \times 10^{-7}/s$)

Fig. 2 Stress-Strain curves when $T=850^\circ\text{C}$
(the strain rate of curve 1 to 3: $5.0 \times 10^{-4}/s$,
 $5.0 \times 10^{-5}/s$, $5.0 \times 10^{-7}/s$)

4 损伤参数优化方法

4.1 蠕变损伤参数优化方法

对于蠕变损伤参数 A , r 和 k , 利用粘塑性损伤统一本构模型来进行优化。按照 Euler 单步积分法对粘塑性损伤统一本构模型(4)~(10)进行积分, 并令疲劳损伤 $D_f=0$, 就可以得到特定温度 T 、应力水平 σ 和时间 t 下的蠕变应变 ϵ^m 。根据材料手册^[9]提供的蠕变试验曲线和表 1 所示的粘塑性参数, 最终优化得到蠕变损伤参数。

在优化过程中发现, 如果采用文献[8]的方

法, 在某一温度下仅让参数 k 与应力相关, 则得到的蠕变曲线与实际曲线误差较大 (尤其是在 850℃下), 如图 4 所示。

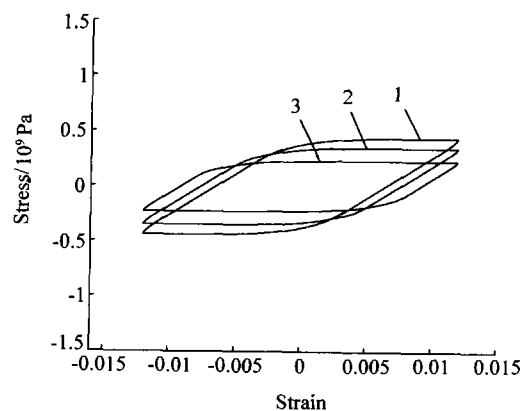


图 3 980℃下的应力应变曲线 (1~3 应变率分别为: $5.0 \times 10^{-4}/s$, $5.0 \times 10^{-5}/s$, $5.0 \times 10^{-7}/s$)

Fig. 3 Stress-Strain curves when $T=980^\circ\text{C}$
(the strain rate of curve 1 to 3: $5.0 \times 10^{-4}/s$,
 $5.0 \times 10^{-5}/s$, $5.0 \times 10^{-7}/s$)

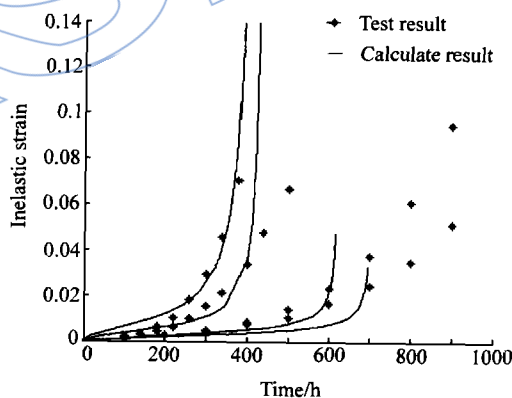


图 4 850℃蠕变曲线 (仅参数 k 与应力相关)

Fig. 4 Creep curves when $T=850^\circ\text{C}$
(only k relating to the stress value)

令参数 A 和 k 同时与应力相关, 则优化结果与试验结果吻合较好。优化结果见表 2, 不同温度下的计算结果和试验结果如图 5, 图 6 和图 7 所示。

4.2 疲劳损伤参数优化方法

由于文献[8]中关于疲劳损伤参数的确定还需要进行损伤变量 D 的测量, 在实际应用中造成了很大的困难。

对疲劳损伤演化方程(9)式进行积分就能够得到疲劳寿命 N_f , 如(16)式所示。

表 2 蠕变损伤参数优化结果 (应力单位:MPa)

Table 2 Optimizing results of creep damage equation (the unit of stress:MPa)

温度 $T/(^{\circ}\text{C})$	$A=a_1\times\sigma^2+a_2\times\sigma+a_3$	r	$k=b_1\times\sigma^2+b_2\times\sigma+b_3$
760	$a_1=0.0042461$	11.0	$b_1=0.0002487$
	$a_2=-2.886333$		$b_2=-0.204639$
	$a_3=1560.0032$		$b_3=33.78261$
850	$a_1=0.0004413$	8.9	$b_1=-0.000256$
	$a_2=1.9609737$		$b_2=0.2265468$
	$a_3=124.21710$		$b_3=-44.46573$
980	740	5.35	9.9

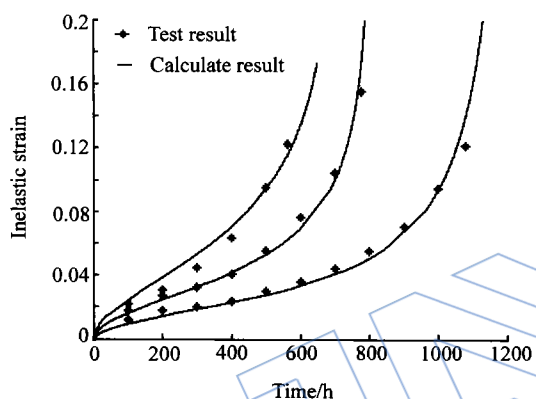


图 5 760℃蠕变曲线(应力依次为:724,690,647 MPa)

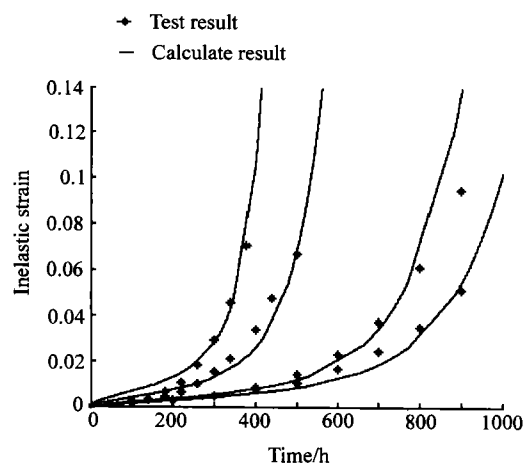
Fig. 5 Creep curves when $T=760^{\circ}\text{C}$
(stress value:724,690,647 MPa in turn)

图 6 850℃蠕变曲线

(应力依次为:400,370,331,320 MPa)

Fig. 6 Creep curves when $T=850^{\circ}\text{C}$ (stress value:
400,370,331,320 MPa in turn)

$$N_f = \frac{1}{(1+\alpha)(1+\beta)} \left(\frac{\Delta\sigma}{M} \right)^{-\beta} \quad (16)$$

根据文献[9]提供的一系列 $(\Delta\sigma, N_f)$,通过优化得到相应载荷条件下的疲劳损伤参数 α, β 和 M 。该参数确定方法没有考虑疲劳损伤的具体演化过程,而只利用了疲劳寿命,大大简化了参数优化过程,但是带有一定程度的近似性。在疲劳损伤远远小于蠕变损伤的情况下,认为是合理的。700℃下 DZ4 合金的疲劳损伤参数为: $\alpha=0.179$, $\beta=18.91$, $M=1721.1$ MPa。

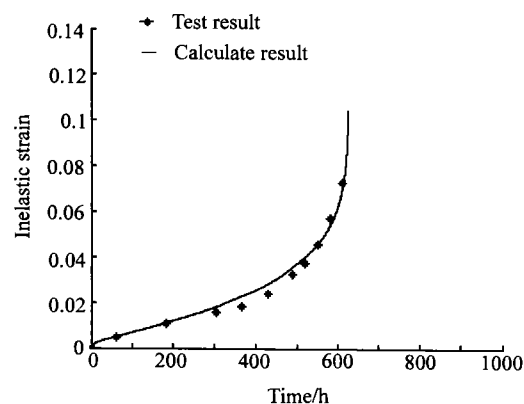


图 7 980℃下蠕变曲线(应力为192 MPa)

Fig. 7 Creep curve when $T=980^{\circ}\text{C}$
(stress value:192 MPa)

5 结 论

从循环应力应变计算和蠕变计算的结果可以看出,所提出的粘塑性参数确定方法和损伤参数确定方法是可行的,尤其是针对现有的条件,该方法是十分有效的。利用粘塑性损伤统一本构模型,能够很好地描述蠕变的三个阶段,要优越于传统

的蠕变模型,而且还能够同时考虑蠕变/疲劳损伤的相互耦合效应。不过由于在参数确定过程中忽略了其中一些因素,所以还不能够完全精确地描述高温合金的所有高温力学性能(如循环硬化/软化等),所以当疲劳损伤占主要地位而蠕变损伤占次要地位时该方法可能会带来较大的误差,这需要在拉压循环试验、单向拉伸试验等足够试验数据的基础上进一步完善和修正。

参考文献:

- [1] Kevin P Walker. Research and Development Program for Nonlinear Structural Modeling with Advanced Time-Temperature Dependent Constitutive Relationships[R]. U. S. A.; NASA-CR-165533.
- [2] 何君毅,林祥都. 工程结构非线性问题的数值解法[M]. 北京:国防工业出版社,1994.
- [3] 周柏卓. 各向异性高温涡轮叶片材料本构关系研究[D]. 北京:北京航空航天大学,1999.
- [4] Chan K S, Bodner S R, Lindholm U S. Phenomenological Modeling of Hardening and Thermal Recovery in Metals[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1988, 110:1-8.
- [5] 宋迎东,王炯,高德平. 一种弹-粘塑性本构模型材料常数的估计方法[J]. 固体力学学报,2000,21(2):152-156.
- [6] Schwertel J, Schinke B. Automated Evaluation of Material Parameters of viscoplastic constitutive equations[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1996, 118: 273 - 280.
- [7] Huber N, Tsakmakis Ch. A Neural Network Tool for Identifying the Material Parameters of a Finite Deformation Viscoplasticity Model with Static Recovery [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 192: 353-384.
- [8] 张林. 高温构件疲劳断裂的损伤力学研究[D]. 北京:北京航空航天大学,1995.
- [9] 北京航空材料研究所. 航空发动机设计用材料数据手册[Z]. 沈阳:航空航天工业部第六零六研究所,1990.